

# Betyder det noget hvordan man regner?

Grundlæggende forståelse er vigtigere end basale færdigheder.

Af Pernille Bødtker Sunde, pbos@via.dk

Matematik er et fag, som de fleste enten elsker eller hader. Nogle er decideret angst for matematik. Der er dog ingen tvivl om, at hvis man er god til matematik, så har man større chancer for at klare sig godt i både uddannelse og livet i al almindelighed. Resultater fra Folkeskolens afgangsprøver i matematik viser, at rigtig mange elever har svært ved at regne simple regnestykker korrekt. I 2016 kunne hver fjerde elev fx ikke løse opgaven  $4509 : 9$  rigtigt. Men er det egentlig ikke lige meget? Alle går jo alligevel rundt med en lommeregner i baglommen i dag?

Ja, det er vigtigt at kunne regne. Kompetencer inden for tal og regning, har nemlig stor betydning for risikoen for at havne i matematikvanskeligheder senere.

Min forskning viser, at det måske nok er vigtigt at kunne regne rigtigt, men det er faktisk vigtigere *hvordan* man regner: Børn der tæller meget når de regner simple plusstykker i 1. klasse, klarer sig dårligere når de i 4. klasse testes i mere indviklet matematik, som fx brøkopgaver. Dette gælder især drengene.

Målet med mit ph.d.-projekt var at undersøge elevernes tidlige regnefærdigheder og især at se på hvordan elever i 1. til 4. klasse regner helt simple plusstykker, som  $5 + 7$ . Dette sammenholdt jeg med lærernes perspektiver på den tidlige undervisning i tal og regning. I løbet af projektet fik jeg også mulighed for at sammenligne, hvordan elevernes måde at regne på i 1. klasse hang sammen med hvor gode de var til matematik i 4. klasse.

Men det hele startede egentlig for mange år siden, da jeg arbejdede som matematiklærer i folkeskolen. Her mødte jeg mange elever, som kæmpede med matematikken. En af dem var Sofie.

## Sofie i 3. klasse

Jeg mødte Sofie i starten af 3. klasse. Jeg havde netop testet hele klassen i matematik og her havde Sofie klaret sig nogenlunde. Nu sad vi og talte om hvordan hun egentlig havde regnet en opgave som  $23 - 7$ . "Jeg tæller" svarede hun. "Hvis tallene ikke er så store, så tæller jeg bare på mine fingre. Hvis jeg ikke har fingre nok, så tæller jeg videre på blyanterne i mit penalhus eller jeg tæller mine kammerater i klassen". Hun demonstrerede hvordan hun først talte til 23 ved at pege rundt på de tomme stole i klassen. Derefter talte hun 7 stole baglæns og kom dermed til svaret. Sofie var rigtig dygtig til at tælle, og kunne udføre tællingen ret hurtigt og problemfrit. Men som matematiklærer vidste jeg, at når Sofie senere møder mere kompliceret regning og matematik, så kommer hun til kort, hvis hun kun kan tælle. Da jeg spurgte om hun havde andre metoder til at regne svarede hun tøvende "ja, jeg forestiller mig de to tal inde i hovedet, og så skal tallene smelte sammen og give mig svaret. Men det virker ikke så tit. Så tæller jeg bare i stedet."

Sofie er et eksempel på en elev, som på overfladen regner fint, dvs. hun regner rigtigt, men *måden* hun regner på viser, at hendes forståelse af tallene og selve regneoperationerne er mangelfuld.

Jeg mødte mange elever som Sofie, der regnede opgaverne rigtigt, men som tydeligvis kæmpede med at forstå logikken bag. For dem var det lidt hokusfokus hvordan de fik det rigtige resultat. Samtidig oplevede jeg, at matematikvanskelighederne typisk dukkede op omkring 4. klasse, hvor matematikken blev mere kompleks. Her introduceres division og multiplikation af større tal for alvor, og tallene udvides med brøker

og decimaltal. Jeg begyndte derfor at spekulere over, om der kunne være en sammenhæng mellem den tidlige forståelse af tal og regning og de senere færdigheder og kompetencer i den lidt mere komplekse matematik. Altså om det i virkeligheden ikke var division og brøkerne som sådan, der var problemet, men den helt grundlæggende tal- og regneforståelse?

### Hvordan løser børn simple regnestykker

Der er mange måder at regne på. De fleste voksne vil nok forbinde regning med det man kalder 'standardalgoritmer'. Det er standardiserede metoder som fx lodret opstilling ved addition, hvor man skriver tallene op under hinanden, når man skal lægge to tal sammen. Derefter følger man faste procedurer, for at få det rigtige resultat. Der er dog mange andre måder at regne på, som er mere fleksible og tager udgangspunkt i de tal, der indgår i regnestykket. Den slags metoder kaldes 'regnestrategier'.

En strategi adskiller sig fra en algoritme ved at strategien kan tilpasses det aktuelle regnestykke og de kompetencer og færdigheder, som den der skal udføre strategien, har.

Regnestrategier til simple plusstykker med tal under ti, som fx  $5 + 7$  eller  $9 + 8$ , kan kategoriseres i *tællestrategier*, *automatisering* og *regrupperingsstrategier*.

### Tællestrategier

Tællestrategier er simple strategier, der altid virker. Fx kan  $5 + 7$  løses ved at tælle begge tal og så tælle det hele, altså først "1-2-3-4-5" så "1-2-3-4-5-6-7" og så det hele "1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12". En lidt mere avanceret tællestrategi er at tælle videre fra det ene tal, oftest det største: "8-9-10-11-12". Disse tællestrategier er de første regnestrategier børn lærer.

### Automatisering

Efterhånden som børnene bliver mere fortrolige med tal og regning, begynder de at kunne huske nogle regnestykker udenad. Man siger at regnestykket er automatiseret dvs. at man 'henter svaret frem' fra hukommelsen, som når man bare ved at  $7 + 7$  er 14.

### Regrupperingsstrategier

Dernæst begynder eleverne at bruge regrupperingsstrategier. Her løser man regnestykker ved at dele dem op i andre regnestykker, som man kan huske. For  $5 + 7$  kunne det være, at man ved at  $5 + 5$  er 10 og så er det bare 2 mere, så svaret er 12.

Regrupperingsstrategierne er mere avancerede og kræver en bedre tal- og regneforståelse end tællestrategierne. Derfor kan elevernes valg af strategier, deres strategibrug, være en indikator på deres talforståelse. Hvis man skal kunne dele tallene op, som i eksemplerne ovenfor, kræver det at man kan se tal som andet end blot 'et nummer' i talrækken. Hvis man kun opfatter tallet 8 som det tal der kommer efter 7 og før 9, kan det være svært at se at 8 faktisk også er  $6 + 2$ ,  $4 + 4$  og  $5 + 3$ . At kunne se tal på denne måde og kunne opdele dem i nye grupper, er helt nødvendigt for at kunne bruge regrupperingsstrategierne, og det er her en vigtig del af koden ligger til at lære den mere komplekse matematik, som fx brøker og ligningsløsning.

Men hvordan regner danske børn egentlig i de tidlige skoleår og har det overhovedet en betydning sidenhen?

### Undersøgelserne

Jeg udførte to studier. Først fulgte jeg 147 elever fra 1. til 4. klasse for at kunne beskrive udviklingen i deres strategibrug. Ved at interviewe eleverne enkeltvis og stille dem små plusopgaver, fik jeg nogle mål for

hvilke strategier, de brugte. Jeg interviewede eleverne op til tre gange, så jeg kunne beskrive udviklingen i deres strategibrug. I en efterfølgende undersøgelse, fokuserede jeg på, hvordan strategibrugen udviklede sig i løbet af 1. klasse, som er den periode, hvor der er allermest fokus på at lære om tal og regning. Her fulgte jeg 83 elever og deres matematiklærere i 6 klasser over 6 måneder. Ved at observere undervisningen og interviewe lærerne, fik jeg samtidig indsigt i lærernes perspektiver på læring og undervisning i tal og regning.

Analyserne gav tre overraskende resultater.

### 1. Piger og drenge regner forskelligt allerede i 1. klasse

Elevernes strategibrug til små plusstykker udviklede sig (som forventet) fra 1. til 4. klasse med gradvist mindre brug af tælling og en øget brug af regruppering. Set over et halvt skoleår i 1. klasse, blev den gennemsnitlige udvikling i strategibrug dog overskygget af en meget større variation børnene imellem, som i høj grad var koblet op på køn. I 1. klasse brugte piger tælling tre gange så ofte som drenge, hvilket svarer til en forskel på mindst to læringsår.

Det resultat var noget chokerende! Udenlandsk forskning har nemlig vist, at der er sammenhæng mellem hvor meget børn tæller i de tidlige skoleår og deres risiko for senere matematikvanskeligheder! Betød det, at piger var i større risiko for at havne i matematikvanskeligheder?

### 2. Børns strategibrug bestemmes tidligt og ændres kun langsomt

Jeg dykkede nu ned i data fra de seks 1. klasser, som jeg havde fulgt i et halvt år. Her viste interview med lærerne, at deres forventninger til elevernes viden og kompetencer inden for tal og addition efter 1. klasse, spændte over hvad der svarer til 1-2 års læring. Der var således tale om seks meget forskellige undervisnings- og læringsmiljøer. Jeg forventede derfor at elevernes brug og udvikling af regnestrategier ville variere betydeligt mellem de seks klasser. Det var bare ikke tilfældet. Elevernes strategibrug sidst i 1. klasse var ikke bestemt af hvilken klasse de gik i, men derimod helt overvejende af deres strategibrug ved starten af 1. klasse. Lærernes forskellige undervisningspraksis havde altså ingen påviselig indflydelse på elevernes (indbyrdes meget forskellige) måder at regne på. Grundlaget for elevernes regnestrategier var tilsyneladende lagt før de begyndte i første klasse! Det var det andet overraskende resultat.

### 3. Tælling i 1. klasse forudsiger dårligere brøkforståelse i 4. klasse – men mest for drengene!

Tre år senere fik jeg mulighed for at teste børnene igen. Nu kunne jeg undersøge om der var en sammenhæng mellem deres strategibrug i 1. klasse og hvor godt de klarede sig i regning, brøkforståelse og tekstopgaver i 4. klasse. Det var der! Elever der brugte tælling meget, især den form for tælling hvor man tæller begge tal (lige som Sofie) klarede sig dårligere i tekstopgaver og brøkgregning. Faktisk var der bedre statistisk sammenhæng mellem testresultaterne i 4.klasse og med *hvordan* eleverne regnede i 1. klasse end med *hvor rigtigt* de regnede i 1. klasse. Det mest overraskende var dog, at sammenhængen mellem tælling i 1. klasse og brøkforståelse i 4. klasse var signifikant kraftigere for drenge end for piger. Pigerne i 1. klasse er altså tilsyneladende mere tilbøjelige til at bruge tællestrategier end drengene, selvom de faktisk godt mestrer de mere avancerede regrupperingsstrategier. I gennemsnit var der ikke væsentlige forskelle på hvor godt drenge og piger klarede sig i 4. klasse. Pigerne var som gruppe altså ikke i større risiko end drengene for at havne i matematikvanskeligheder.

### Perspektiver

Mine resultater er interessante på flere måder. Først og fremmest er de store kønsforskelle overraskende i sig selv, og de viser at drenge og piger – statistisk set – regner på forskellig måde, hvad årsagen end måtte være.

Endvidere viser resultaterne, at de individuelle forskelle i elevernes tidlige tal og regneforståelse har betydning for hvordan de udvikler deres matematiske kompetencer og færdigheder. Den viden kan være med til at danne grundlag for udvikling af målrettet undervisning.

Den stærke statistiske sammenhæng mellem elevens tidlige strategibrug og senere matematikkompetencer gør det muligt at spotte elever som Sofie langt tidligere end før, og dermed sætte ind med forskellig tiltag inden problemerne vokser sig store.

Selv om de præcise årsagssammenhænge mellem børns tidlige strategibrug og deres senere matematikfærdigheder endnu ikke kendes, tyder mine resultater på at *grundlæggende forståelse* er vigtig for tilegnelse af mere udviklet matematik. Dette kan pege i retning af, at vi frem for at fokusere så meget på tilegnelse af *basale færdigheder*, altså at eleverne lærer at regne rigtigt efter en bestemt metode, skal lægge mere vægt på de *grundlæggende forståelser* for tal og regning. Desværre viser min forskning også, at mange lærere mangler den nødvendige viden og ikke mindst redskaber til at gøre noget ved det.

Sidst, men ikke mindst, er det opsigtsvækkende hvor tidligt i børnenes (skole)liv forskelle i børnenes strategibrug manifesterer sig. Dette kunne tyde på, at hvis vi ønsker at udvikle elevernes grundforståelse, så skal vi sætte ind tidligt, måske allerede før børnene starter i skole.